الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان شهادة التعليم المتوسط — دورة : **2017**

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : ساعتان

## الجزء الأول : (12 نقطة)

### التمرين الأول: (03 نقاط)

$A$ ، $B$ عددان حقيقيان حيث : $A=\sqrt{108}-\sqrt{12}$ ، $B=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}$ .

**1)** اكتب العدد $A$ على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث $a$ عدد طبيعي .

**2)** اكتب العدد $B$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

**3)** بين أن $C$ هو عدد طبيعي حيث : $C=(A+1)(8B-1)$ .

### التمرين الثاني : (03 نقاط)

لتكن العبارة $P$ حيث : $P=(1-3x)(3x+3)-2(3x+3)$

**1)** انشر وبسط العبارة $P$.

**2)** حلل العبارة $P$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

**3)** حل المعادلة : $(3x+3)(-1-3x)=0$

### التمرين الثالث : (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,I,J)$ .

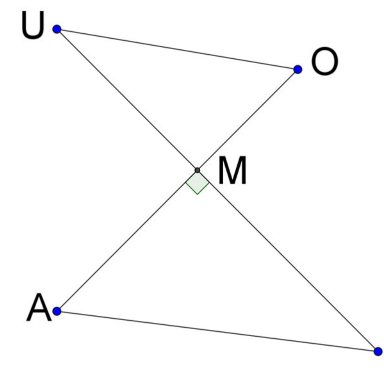
**1)** علّم النقط : $A(0;4)$ ، $B(-3;1)$ ، $C(5;-1)$

**2)** احسب إحداثيتي النقطة $E$ منتصف القطعة $[BC]$.

**3)** أنشئ النقطة $D$ صورة $A$ بالدوران الذي مركزه $E$ وزاويته $180^0$ ثم استنتج إحداثيتي $D$

**4)** بين أن الرباعي $ABDC$ مستطيل.

### التمرين الرابع: ( نقطتان)




الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية (وحدة الطول هي الميليمتر)

$MA=27$ ، $MO=21$ ، $MI=36$ ، $MU=28$

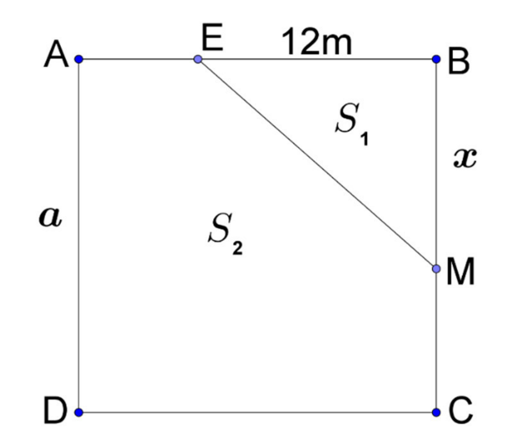
**1)** بين أن المستقيمين $(AI)$ و $(OU)$ متوازيان.

**2)** احسب قيس الزاوية $\widehat{AIM}$ ( بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة ) .

**الجزء الثاني : ( 08 نقاط)**

**المسألة:**

$ABCD$ قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها $324\ m^2$ ملك للأخوين أحمد وفاطمة ومجزأة حسب المخطط المقابل.




**الجزء الأول:**

**1)** احسب $a$ طول ضلع هذه القطعة.

**2)** $M$ نقطة متحركة على الضلع $[BC]$ حيث: $BM = x$

$E$ نقطة من $[BA]$ حيث : $BE = 12\,m$ .

الجزء $EBM$ تملكه فاطمة والجزء $AEMCD$ يملكه أحمد.

أ) ليكن $S_1$ مساحة الجزء $EBM$ و $S_2$ مساحة الجزء $AEMCD$

- اكتب بدلالة $x$ كلاًّ من المساحتين $S_1$ و $S_2$

**ب)** ساعد الأخوين على تحديد موضع النقطة $M$ بحيث تكون مساحة قطعة أحمد ضعف مساحة قطعة فاطمة.

**الجزء الثاني:**

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\,,\,I\,,\,J)$ .

**1)** مثل بيانيا الدالتين $f$ و $g$ حيث:

$$g(x) = -6x + 324 \quad ، \quad f(x) = 12x$$

**( نأخذ: 1 cm** على محور الفواصل يمثل **2 m** و **1 cm** على محور التراتيب يمثل **36 $m^2$ )**

**2)** بقراءة بيانية فسر مساعدتك السابقة للأخوين حول تحديد موضع النقطة $M$ مع إيجاد مساحة كل من القطعتين.

| عناصر الإجابة النموذجية | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: (03 نقاط)**<br>1) كتابة العدد $A$ على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث $a$ عدد طبيعي .<br>لدينا $A=\sqrt{108}-\sqrt{12}$ ومنه $A=\sqrt{36\times3}-\sqrt{4\times3}$ وعليه<br>$A=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}$ أي $A=(6-2)\sqrt{3}$ وبالتالي $A=4\sqrt{3}$ | $0,25\times4$ | 1 |
| 2) كتابة العدد $B$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :<br>لدينا : $B=\frac{3}{2\sqrt{3}}$ ومنه $B=\frac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ وعليه $B=\frac{3\sqrt{3}}{2\times3}$ أي $B=\frac{3\sqrt{3}}{6}$<br>وبالتالي : $B=\frac{\sqrt{3}}{2}$ .( طريقة أخرى : نعوض 3 بـ : $\sqrt{3}\times\sqrt{3}$ ثم نُبسط ) | $0,25\times4$ | 1 |
| 3) نبين أن العدد $C$ هو عدد طبيعي : لدينا $C=(A+1)(8B-1)$<br>ومنه $C=\left(4\sqrt{3}+1\right)\left(8\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)$ أي $C=\left(4\sqrt{3}+1\right)\left(4\sqrt{3}-1\right)$<br>وبالتالي $C=\left(4\sqrt{3}\right)^2-1^2$ ومنه $C=47$ ( إذن $C$ عدد طبيعي) | $0,25\times4$ | 1 |
| **التمرين الثاني: (03 نقاط)**<br>1) نشر وتبسيط العبارة $P$ : لدينا $P=(1-3x)(3x+3)-2(3x+3)$<br>ومنه $P=\left[1\times(3x+3)-3x\times(3x+3)\right]-6x-6$ وعليه<br>$P=3x+3-9x^2-9x-6x-6$ أي $P=-9x^2-12x-3$ . | $0,50+0,25$<br>$0,25$ | 1 |
| 2) تحليل العبارة $P$ :<br>لدينا : $P=(1-3x)(3x+3)-2(3x+3)$<br>ومنه $P=(3x+3)\left[(1-3x)-2\right]$ وعليه $P=(3x+3)(-3x-1)$ | $0,50\times2$ | 1 |
| 3) حل المعادلة :<br>$(3x+3)(-1-3x)=0$ معناه : $3x+3=0$ أو $-3x-1=0$<br>أي $3x=-3$ أو $-3x=1$ ومنه $x=-1$ أو $x=\frac{-1}{3}$<br>إذن للمعادلة حلاّن هما : $-1$ و $\frac{-1}{3}$ . | $0,25$<br>$0,25\times2$<br>$0,25$ | 1 |

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة النموذجية</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td>

<u>التمرين الثالث</u> :(04 نقاط)

1) رسم المعلم وتعليم النقط الثلاثة (لاحظ الشكل أدناه)

2) حساب إحداثيتي $E$ منتصف $[BC]$

لدينا: $E\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ أي $E\left(\frac{(-3)+5}{2};\frac{1+(-1)}{2}\right)$ ومنه $E(1;0)$

3) إنشاء النقطة $D$ صورة النقطة $A$ بالدوران الذي مركزه $E$ وزاويته $180°$ .

– استنتاج إحداثيتي $D$ :

بما أن $D$ صورة النقطة $A$ بالدوران الذي مركزه $E$ وزاويته $180°$

فإن النقطتين $A$ و $D$ متناظرتان بالنسبة إلى $E$ ، و منه $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{ED}$

لدينا $\overrightarrow{AE}\ (x_E-x_A\,;\,y_E-y_A)$ ومنه $\overrightarrow{AE}\ (1-0\,;\,0-4)$

وعليه $\overrightarrow{AE}\ (1\,;-4)$

ولدينا $\overrightarrow{ED}\ (x_D-x_E\,;\,y_D-y_E)$ ومنه $\overrightarrow{ED}\ (x_D-1\,;\,y_D-0)$

بما أن $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{ED}$ فإن : $x_D-1=1$ و $y_D-0=-4$

ومنه $x_D=2$ و $y_D=-4$ أي $D\,(2\,;-4)$

ملاحظة : ( يمكن اعتماد طريقة حساب إحداثيتي منتصف قطعة مستقيم )

4) نبيّن أن الرباعي $ABDC$ مستطيل .

لدينا $E$ منتصف $[BC]$ من المعطيات .

و $E$ منتصف $[AD]$ لأن $D$ صورة $A$ بالدوران الذي مركزه $E$ وزاويته $180^0$ ، إذن الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع ( القطران متناصفان )

حساب طول القطر $[BC]$:

لدينا : $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$

وبالتالي $BC=\sqrt{(5-(-3))^2+(-1-1)^2}$

أي : $BC=\sqrt{(8)^2+(-2)^2}$ ومنه $BC=\sqrt{68}$ .

</td><td>

0,25×4

0,25×3

0,25

0,50

0,25

0,50

</td><td>

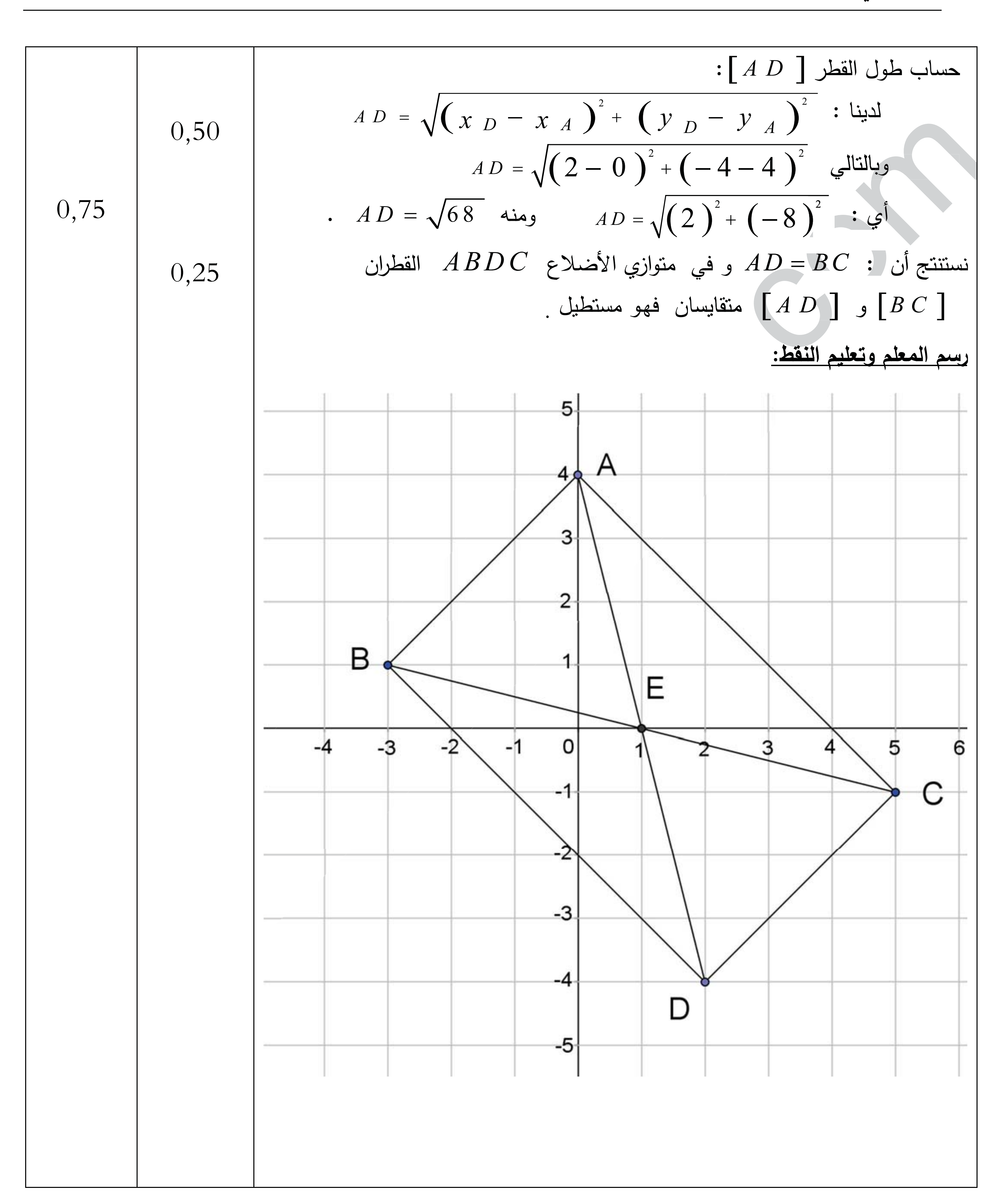
1

0,75

0,75

0,75

</td></tr>
</table>

| | | |
|---|---|---|
| حساب طول القطر $[AD]$ :<br>لدينا : $AD=\sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2}$<br>وبالتالي $AD=\sqrt{(2-0)^2+(-4-4)^2}$<br>أي : $AD=\sqrt{(2)^2+(-8)^2}$ ومنه $AD=\sqrt{68}$ .<br>نستنتج أن : $AD=BC$ و في متوازي الأضلاع $ABDC$ القطران $[BC]$ و $[AD]$ متقايسان فهو مستطيل . | 0,50<br><br>0,25 | 0,75 |
| **<u>رسم المعلم وتعليم النقط:</u>**<br> | | |

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة النموذجية</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td>

<u>التمرين الرابع</u>: ( نقطتان)

1) نبيّن أن $(AI)//(UO)$

لدينا : $\frac{MO}{MA}=\frac{21}{27}=\frac{7}{9}$ و $\frac{MU}{MI}=\frac{28}{36}=\frac{7}{9}$

نستنتج أن : $\frac{MU}{MI}=\frac{MO}{MA}$

و حسب النظرية العكسية لنظرية طالس فإن $(AI)//(UO)$

(**ملاحظة** : ترتيب النقط محقق في الشكل المعطى )

</td><td>0,25×3<br><br>0,25</td><td>1</td></tr>
<tr><td>

2) حساب قيس الزاوية $\widehat{AIM}$ .

لدينا في المثلث $AIM$ القائم في $M$ ، $\tan\widehat{AIM}=\frac{AM}{MI}$

ومنه $\tan\widehat{AIM}=\frac{27}{36}$ أي $\tan\widehat{AIM}=0,75$

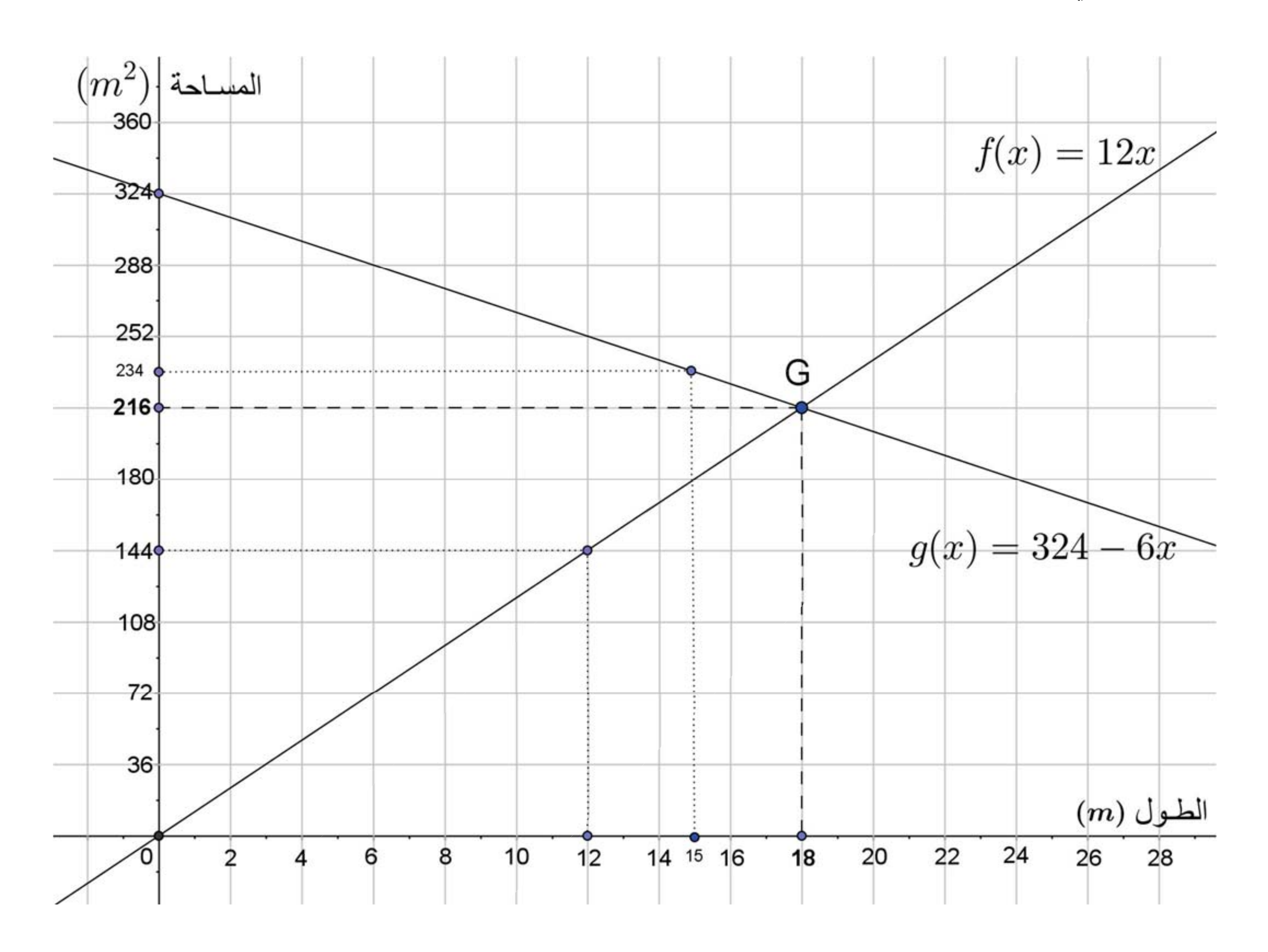
باستعمال الحاسبة العلميّة نجد : $\widehat{AIM}=36,869...$

إذن : $\widehat{AIM}=37^0$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة ).

</td><td>0,25<br><br>0,25<br><br>0,25×2</td><td>1</td></tr>
</table>

| | | |
|---|---|---|
| **المسألة** : ( 08 نقاط)<br>**الجزء الأول:**<br>1) حساب $a$ طول ضلع القطعة<br>بما أن مساحة المربع $ABCD$ هي : $S=a^2$ أي $a^2=324$ وعليه<br>$a=\sqrt{324}$ و بالتالي $a=18$ ، طول ضلع القطعة هو $18\,m$<br>2) أ) كتابة المساحتين $S_1$ و $S_2$ بدلالة $x$ .<br>لدينا $S_1=\frac{EB\times BM}{2}$ أي $S_1=\frac{12\times x}{2}$<br>وبالتالي : $S_1=6x$ . ( $S_1$ مقدرة بـ : $m^2$ )<br>ولدينا: $S_2=324-S_1$ ومنه $S_2=324-6x$ ( $S_2$ مقدرة بـ : $m^2$ )<br>ب) تحديد موضع $M$ بحيث تكون مساحة قطعة أحمد ضعف مساحة قطعة فاطمة<br>لدينا $S_2=2S_1$ ومنه $324-6x=2\times 6x$ وعليه<br>$12x+6x=324$ أي $18x=324$<br>إذن $x=18$ ( الوحدة هي $m$ ) وبالتالي النقطة $M$ تنطبق على النقطة $C$ .<br>**الجزء الثاني:**<br>1) التمثيل البياني للدالة الخطية $f$ هو المستقيم الذي يشمل النقطتين :<br>مبدأ المعلم $O(0;0)$ و النقطة $K(12;144)$<br>التمثيل البياني للدالة التآلفية $g$ هو المستقيم الذي يشمل النقطتين<br>$E(0;324)$ و $F(15;234)$.<br>( **ملاحظة** : تُقبل أي نقطتين من التمثيل البياني لكل من الدالتين )<br>2) التفسير البياني و إيجاد المساحتين :<br>التمثيلان البيانيان للدالتين $f$ و $g$ يتقاطعان في النقطة $G(18;216)$<br>لدينا : $f(x)=2S_1$ و $g(x)=S_2$ ومن أجل $x=18$ فإن<br>$f(x)=g(x)$ أي $2S_1=S_2$ ومن التمثيل البياني فإن $g(18)=216$<br>أي $S_2=216$ وعليه فإن $2S_1=216$ ومنه $S_1=108$<br>**إذن** : مساحة القطعة التي يملكها أحمد هي $216\,m^2$ ومساحة القطعة التي تملكها<br>أختُه فاطمة هي $108\,m^2$ | | |

**التمثيل البياني**



| المسألة | السؤال | المعيار | المؤشرات | التنقيط | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الجزء الأول | 1 | م1 | – معرفة مساحة مربع .<br>– كتابة المعادلة التي تسمح بإيجاد العدد $a$ . | 0,25 إن وفق في مؤشر واحد<br>0,50 إن وفق في المؤشرين | 0,50 | 1 |
| | | م2 | – كتابة المعادلة $a^2 = 324$ .<br>– حل المعادلة $a^2 = 324$ بشكل صحيح .<br>– إيجاد قيمة $a$ بشكل صحيح . | 0,25 إن وفق في مؤشر واحد<br>0,50 إن وفق في مؤشرين على الأقل | 0,50 | |
| | 2 | م1 | – كتابة العبارة التي تسمح بحساب $S_1$ .<br>– كتابة العبارة التي تسمح بحساب $S_2$<br>– ترييض الوضعية للتعبير عن $S_2$ بدلالة $S_1$<br>– كتابة المعادلة للتعبير عن $S_2$ بدلالة $S_1$ . | 0,25 إن وفق في مؤشر واحد<br>0,75 إن وفق في مؤشرين<br>1,25 إن وفق في ثلاثة مؤشرات على الأقل | 1,25 | 2,50 |
| | | م2 | – التعبير الصحيح عن $S_1$ بدلالة $x$ .<br>– التعبير الصحيح عن $S_2$ بدلالة $x$ .<br>– كتابة $S_2 = 2S_1$ .<br>– حل المعادلة التي تسمح بتحديد موضع $M$ بشكل صحيح . | 0,25 إن وفق في مؤشر واحد<br>0,75 إن وفق في مؤشرين<br>1,25 إن وفق في ثلاثة مؤشرات على الأقل | 1,25 | |
| الجزء الثاني | 1 | م1 | – إنشاء المعلم المناسب<br>– اختيار نقطتين لتمثيل الدالة $f$ .<br>– تمثيل الدالة $f$ .<br>– اختيار نقطتين لتمثيل الدالة $g$ .<br>– تمثيل الدالة $g$ . | 0,25 إن وفق في مؤشر واحد<br>0,75 إن وفق في مؤشرين<br>1,25 إن وفق في ثلاثة مؤشرات على الأقل | 1,25 | 2 |
| | | م2 | – تمثيل $f$ بشكل صحيح .<br>– تمثيل $g$ بشكل صحيح . | 0,50 إن وفق في مؤشر واحد<br>0,75 إن وفق في المؤشرين | 0,75 | |
| | 2 | م1 | – تعيين نقطة التقاطع بيانيا.<br>– إيجاد إحداثيتي نقطة التقاطع.<br>– معرفة العلاقة بين $f(x)$ و $S_1$ والعلاقة بين $g(x)$ و $S_2$ . | 0,25 إن وفق في مؤشر واحد<br>0,50 إن وفق في مؤشرين على الأقل | 0,50 | 1 |
| | | م2 | – التعيين الصحيح لنقطة التقاطع .<br>– إيجاد إحداثيتي نقطة التقاطع بشكل صحيح<br>– كتابة $f(x) = 2S_1$ و $g(x) = S_2$ .<br>– إيجاد المساحتين بشكل صحيح . | 0,25 إن وفق في مؤشر واحد<br>0,50 إن وفق في مؤشرين على الأقل | 0,50 | |
| كل المسألة | | م3 | – التسلسل المنطقي .<br>– معقولية النتائج.<br>– احترام وحدات القياس . | 0,50 إن وفق في مؤشر واحد<br>1,00 إن وفق في مؤشرين على الأقل | 1 | 1 |
| | | م4 | – المقروئية .<br>– عدم التشطيب وصياغة النتائج بوضوح.<br>– التمثيلات البيانية دقيقة . | 0,25 إن وفق في مؤشر واحد<br>0,50 إن وفق في مؤشرين على الأقل | 0,50 | 0,50 |

**م1 : التفسير السليم للوضعية ؛ م2 : الاستعمال السليم للأدوات الرياضية ؛ م3 : انسجام الإجابة ؛ م4 : الإتقان**